

# Bolyai János Matematikaverseny

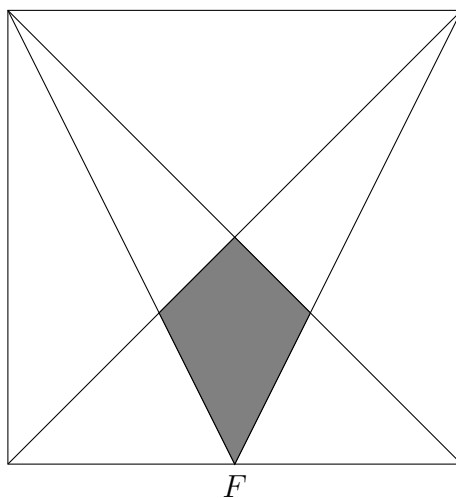
2022.12.06.

1. Egy hadsereg bármely két bázisát alagút vagy vasútvonal köti össze. Igaz-e, hogy ez esetben csak vasúton, vagy csak alagúton keresztül el lehet jutni bármelyik bázisból bármelyik bázisra?
2. Mutassuk meg hogy az

$$1^n + 2^n + 3^n + 4^n$$

hatványösszeg, amelyben az  $n$  természetes szám, akkor és csak akkor osztható 5-tel, ha az  $n$  kitevő nem osztható 4-gyel!

3. Hányad része az ábrán látható szürke derékszögű deltoid a négyzetnek feltéve, hogy  $F$  egy oldalfelező pont?



4. Jelentsen  $p$  és  $q$  két páratlan egész számot. Bizonyítsa be, hogy az

$$x^2 + 2px + 2q = 0$$

egyenlet gyökei nem lehetnek racionális számok!

5. Igaz-e, hogy minden lehetséges internetes közösségi hálón van két olyan felhasználó, akinek pontosan ugyanannyi ismerőse van (feltéve, hogy az ismeretség szimmetrikus)?

Jó munkát!

Hanka László  
Székely Gergely